

## Quelques activités sur les lieux de points sur Geogebra

### I) Deux activités en classe de 6ème

Réaliser deux activités sur la médiatrice en 6ème :

#### 1) Première activité

Deux points  $A$  et  $B$  sont dessinés et fixés . Un point libre  $M$  est placé et les élèves doivent le déplacer. Il change de couleur en fonction de sa distance à  $A$  et  $B$ . Il se colore en bleu s'il est plus proche de  $A$  que de  $B$  et en rouge si c'est le contraire.

On active la trace de  $M$ .

On livre cette activité aux élèves avec deux questions :

1. Pourquoi le point  $M$  change-t-il de couleur ?
2. En déplaçant le point  $M$ , quelle conjecture peut-on faire ?

#### 2) Seconde activité à la suite de la première

Deux points  $A$  et  $B$  sont dessinés et fixés . Un point libre  $M$  est placé et les élèves doivent le déplacer.

On veut que le point  $M$  doit laisser sa trace quand la longueur  $MA$  et la longueur  $MB$  sont quasiment identiques.

Pour cela on crée un point  $P$  à la même place que  $M$  ( $P=M$  dans la ligne de saisie) puis on conditionne son affichage par la distance entre  $MA$  et  $MB$  qui doit être très faible.

On active la trace du point  $P$ .

On explique aux élèves ce que fait le point  $M$  et on leur demande le lieu de points ainsi obtenu.

#### 3) Conclusion de ces deux activités

Ces activités contribuent à donner du sens à la notion de médiatrice et à aider les élèves à en voir les propriétés afin de s'en construire une image mentale.

### II) l'échelle mobile

Une échelle de 6 mètres est appuyée sur un mur à la verticale. Le sol est horizontal et l'échelle glisse au niveau de son pied en s'éloignant du mur, le haut de l'échelle restant appuyée sur le mur.

Quelle est la trajectoire du milieu de l'échelle ?

Construire un gif animé de cette situation.

### III) Utiliser les lieux de points

#### 1) l'orthocentre

On construit un triangle  $ABC$ .

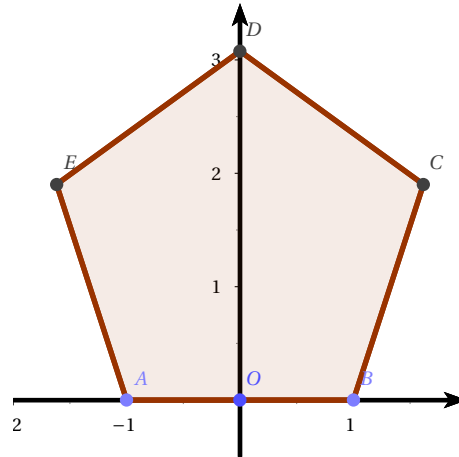
Afficher l'ensemble des points décrit par l'orthocentre quand  $A$  décrit un cercle donné.

## 2) le pentagone

On considère le pentagone régulier direct ABCDE tel que A(-1;0) et B(1;0).

On place un point M sur le pentagone.

Représenter dans une fenêtre à côté du pentagone l'ensemble des points dont l'abscisse est celle de M et l'ordonnée la distance OM.



## IV) Un problème de TS

### 1) un lieu de points dans le plan complexe

Dans le sujet de baccalauréat posé en Polynésie en juin 2000, on s'intéresse à l'application qui, à tout nombre complexe différent de  $-2i$  associe  $Z = f(z) = \frac{z-2+i}{z+2i}$ .

On recherche les lieux des points d'affixe  $z$  pour lequel  $Z$  est un imaginaire pur puis un réel.

### 2) Modélisation sous Géogebra

1. sous Geogebra, l'idée est de créer un point d'affixe  $z$  quelconque en l'entrant dans la ligne de saisie ( prenons dans un premier temps  $2+3i$  par exemple en saisissant  $z = 2+3i$  ).

Remarque : Il est à noter que Geogebra ne fait pas la différence entre une affixe et son image. Il faut accepter cette confusion en ayant conscience

2. Le point d'affixe  $Z$  est alors obtenu en saisissant alors  $Z = (z-2+i)/(z+2i)$  dans la ligne de saisie.
3. Nous allons à présent entrer une condition pour que ne s'affichent que les images des nombres  $z$  tels que  $Z$  est un nombre imaginaire pur :

- modifier la taille du point d'affixe  $z$  en lui mettant une taille de 1 ( clic droit sur le point, puis "propriétés" et ensuite "style" ).
- Dans la ligne de saisie, entrer :  $A=SI[Abs(x(Z))<0.01,z]$
- Activer la trace de A en faisant un clic droit sur A dans la fenêtre Algèbre.

4. Déplacer le point d'affixe  $z$  de manière à trouver l'ensemble des images de  $z$  tels que  $Z$  est un imaginaire pur. Quel est cet ensemble? Modifier la condition SI puis déplacer le point d'affixe  $z$  de manière à trouver l'ensemble des images de  $z$  tels que  $Z$  est un réel. Quel est cet ensemble?

5. Réciproque de la conjecture

Nous allons vérifier que les ensembles trouvés au 3a et 3b répondent correctement à la question , c'est-à-dire que si le nombre  $Z$  est imaginaire pur ou réel alors l'image de  $z$  appartient aux ensembles du 4.

(a) Créer la droite d'équation  $x = 0$

(b) Placer un point d'affixe  $Z$  sur cette droite ( on le notera  $Z$  en raison de la confusion de Geogebra citée ci-dessus ). Pour faire apparaître l'affixe d'un point, faire un clic droit sur le point, puis "propriétés" puis, dans "algèbre", sélectionner "nombre complexe"

(c) Comme, pour tout nombre complexe  $z \neq -2i$ ,  $Z = \frac{z-2+i}{z+2i} \Leftrightarrow z = \frac{-2iZ-2+i}{Z-1}$ .

Saisir dans la ligne de commande  $z = (-2i * Z - 2 + i)/(Z - 1)$ . L'affixe  $z$  est donc l'antécédent du nombre complexe  $Z$  ( pour tout complexe  $Z \neq 1$  ) Activer la trace de  $z$  puis déplacer le point d'affixe  $Z$ . Quel ensemble décrit le point image de  $z$ ?

## V) Une belle modélisation

Si vous regardez attentivement votre bol de thé ou de café éclairé par le soleil de la côte ouest, vous y verrez une forme bien connue .



Cette forme est due à la réflexion lumineuse sur le bord de la tasse quand l'ampoule ou le soleil se reflète sur le bord de la tasse et représente la source lumineuse pour la tasse.

Arriverez-vous à modéliser cette forme sur Géogebra ?

Il est à noter qu'on peut retrouver cette forme avec une modélisation numérique comme le propose Mickaël Launay dans cette savoureuse vidéo : <https://www.youtube.com/watch?v=-X49VQgi86E>